

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2313543

## 基于虚拟领航者的无人机一致性编队控制\*

胡锦涛

(南京航空航天大学自动化学院 南京 211106)

**摘要:** 针对二阶一致性理论的无人机编队控制问题,以固定翼无人机为研究对象,提出了一种改进二阶一致性算法的无人机编队控制策略。通过引入虚拟领航者构建能够直观描述编队队形的相对运动坐标系,从水平与纵向相解耦的无人机运动学模型出发,同时考虑无人机系统的性能约束条件,对一致性算法进行了改进。针对无人机在不同飞行场景下的队形变换,基于KM算法设计了编队变换时编队成员位置的再分配策略,并采用改进 $L_1$ 制导律作为虚拟领航者的航迹跟踪方法。最后通过仿真验证了本文所设计控制方法的可行性和有效性,仿真结果表明该方法可以在满足无人机系统性能约束的前提下形成稳定编队,同时在多种飞行场景中快速进行队形变换及拓扑切换并消除位置误差。

**关键词:** 无人机;编队控制;一致性理论;虚拟领航者;KM算法; $L_1$ 制导律;拓扑切换

**中图分类号:** TP273;V279 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

## Consensus control for UAV formation with virtual leader based

Hu Jinfan

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** To solve the problem of the formation control of multi-UAV based on the second-order consensus theory. Taking fixed-wing UAVs as the research object and presenting a formation control method of UAVs based on an improved second-order consistency algorithm. To improve the consistency algorithm, by introducing a virtual leader that constructs a relative motion coordinate system capable of describing the formation directly. Simultaneously considering the characteristics of the UAV's kinematic model with decoupled transverse and longitudinal directions, as well as the performance constraints of the UAV system. To accommodate the UAV formation transformation under varying scenarios by employing the KM algorithm to design a redistribution strategy for the positions of formation members during formation transformation. Additionally, using the improved  $L_1$  guidance law as the virtual leader's trajectory tracking method. Finally, using simulation to verify the feasibility and effectiveness of the formation control method proposed in this paper. The results indicate that the method can form a stable formation while satisfying the performance constraints of the UAV system, and the method can quickly perform formation transformation with switching topologies and eliminate position errors across a variety of flight scenarios.

**Keywords:** UAV; formation control; consensus theory; virtual leader; KM algorithm;  $L_1$  guidance law; switching topology

## 0 引言

随着无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)应用场

景的不断拓展,单一无人机已无法满足愈加复杂的应用场

景,而无人机编队协同相较于单无人机有着更高的可靠性,并且可以同时执行多个任务或跟踪多个目标,因此无人机编队控制成为目前飞行控制领域的研究热点<sup>[1]</sup>。

编队控制是无人机编队飞行的基础,目前较为成熟的

方法主要有领航跟随法、行为法和虚拟结构法等<sup>[2-3]</sup>。王海风等<sup>[4]</sup>基于领航跟随法建立了编队控制模型并通过设计一种基于观测器的自适应容错控制方法,使得僚机在发生故障后能快速调整到期望队形;Saif等<sup>[5]</sup>基于行为法的编队控制策略设计了具有较高鲁棒性的实时自主导航集群控制律;李正平等<sup>[6]</sup>提出了一种基于虚拟结构法的非线性鲁棒控制算法,并通过飞行实验验证了所提出控制算法的有效性和鲁棒性。这3种方法虽然已有较为成熟的应用,但又

收稿日期:2023-05-05

\* 基金项目:上海航天科技创新基金(SAST2021-053)项目资助

存在不足:领航跟随法虽然实现简单,但由于其过分依赖领航无人机,因此当领航无人机战损或失联时会导致编队控制失败;行为法虽然属于分布式编队控制方法,但其需要对不同的编队进行定义,而抽象行为的难度较高,因此难以在复杂环境下保持队形;虚拟结构法虽然也解决了过于依赖领航无人机的的问题,但无人机飞行是一个动态的过程,无法时刻保持某一刚体结构,导致其适用性较差<sup>[7]</sup>。

为解决传统编队控制方法的不足,REN Wei 认为传统的编队控制方法可以统一到一致性理论的框架下,并且通过一致性理论克服传统编队控制方法的局限性<sup>[8]</sup>。基于一致性理论的编队控制方法的基本思想是通过设计一致性控制算法,使在一定通信拓扑条件下的多智能体的状态信息在有限时间内达到一致,从而实现精确的编队控制。

随着基于一致性理论的编队控制相关研究的不断深入,该编队控制方法展现出较高的鲁棒性和灵活性,但目前基于一致性理论的无人机编队控制主要针对的是旋翼无人机<sup>[9-11]</sup>,而固定翼无人机由于无法实现像旋翼无人机一样的灵活机动与悬停,因此针对固定翼的编队控制实现难度较高,王汇彬等<sup>[12]</sup>针对固定翼无人机设计了基于一致性理论的二维编队控制策略并进行了仿真验证,但未充分考虑高度变化的编队控制场景;文梁栋等<sup>[13]</sup>设计了基于一致性理论的无人机编队集结控制策略,实现了在有限区域内形成紧密编队并进行了仿真验证,但未充分考虑需要队形变换及切换通信拓扑的飞行场景。

综上所述,本文根据水平与纵向相解耦的无人机运动学模型的特点和固定翼无人机系统的性能约束设计了基于改进二阶一致性理论的无人机编队控制策略,基于该方法的编队控制仅依靠无人机间的相对速度差与相对位置差即可完成编队的一致性控制,通过引入虚拟领航者建立直观的相对运动坐标系,利用改进  $L_1$  制导律使编队实现对目标航迹的跟踪,同时基于 Kuhn-Munkres(KM)算法的分配策略在队形变换时对成员位置进行分配,从而使无人机编队能够高效进行队形变换及拓扑切换。

## 1 基本问题描述

### 1.1 图论基础

图论是一致性理论的基础,用于表示多智能体间的通信拓扑,可以用  $G=(V, E)$  来描述,其中集合  $V$  中的元素为图  $G$  的节点,对应各智能体,而集合  $E$  中的元素为图  $G$  的边,即多智能体网络的通信链路,根据各节点间的连接是否有向可将图分为无向图和有向图,本文中采用有向图表示多智能体间的通信拓扑<sup>[14]</sup>。

假设多智能体网络由  $n$  个智能体组成,用  $G=(V, E)$  表示该网络的通信拓扑,其中节点集  $V=\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ ,若智能体  $i$  可以接收来自智能体  $j$  的状态信息,则节点  $x_j$  到节点  $x_i$  存在一条有向边,即  $x_i x_j \in E$ 。通常,用邻接矩阵  $A=(a_{ij})_{n \times n}$  来表示图  $G$  中各节点间的关系,定义如下:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & x_i x_j \in E \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

与此同时,根据图  $G$  中从各节点出发的有向边数量定义出度矩阵  $D=diag\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ ,定义如下:

$$d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad (2)$$

则由邻接矩阵  $A$  和出度矩阵  $D$  可得到图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $L=D-A$ ,则拉普拉斯矩阵  $L=(l_{ij})_{n \times n}$  的表示形式为:

$$l_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, & i \neq j \\ \sum_{i=1}^n a_{ij}, & i = j \end{cases} \quad (3)$$

最终得到的拉普拉斯矩阵  $L$  为判断编队稳定性的主要依据。

### 1.2 无人机运动学模型

本文的研究对象是小型固定翼无人机,在制导问题中,将无人机看作质点,建立地面坐标系描述无人机的运动状态,假设无人机的内回路飞控系统能够快速且准确地响应外回路的制导指令,在无人机编队飞行的过程中,采用将水平与纵向相解耦的方法建立无人机三维运动学模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos \psi_i \\ \dot{y}_i = v_i \sin \psi_i \\ \dot{z}_i = u_{xi} \cos \psi_i + u_{yi} \sin \psi_i \\ \dot{\psi}_i = (-u_{xi} \sin \psi_i + u_{yi} \cos \psi_i) / v_i \\ \dot{z}_i = u_{zi} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $i$  为无人机的编号; $x_i, y_i, z_i$  分别为第  $i$  架无人机的三维坐标; $v_i$  为第  $i$  架无人机的水平速度; $\psi_i$  为第  $i$  架无人机的航向角; $u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}$  为第  $i$  架无人机在  $x, y, z$  三个方向的控制指令。由于研究对象为固定翼无人机,因此在无人机飞行过程中不会出现速度  $v_i=0$  的情况。进而可将式(4)转化为如下 3 个二阶积分器:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_{xi}, \dot{v}_{xi} = u_{xi} \\ \dot{y}_i = v_{yi}, \dot{v}_{yi} = u_{yi} \\ \dot{z}_i = v_{zi}, \dot{v}_{zi} = u_{zi} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}$  为无人机在  $x, y, z$  三个方向上的分速度。

根据无人机系统的性能约束需要引入无人机水平加速度  $r_i=\dot{v}_i$  和航向角速度  $\omega_i=\dot{\psi}_i$ ,并设定如下输入约束指标:

$$\begin{cases} v_i^{\min} \leq v_i \leq v_i^{\max} \\ r_i^{\min} \leq r_i \leq r_i^{\max} \\ \omega_i^{\min} \leq \omega_i \leq \omega_i^{\max} \\ v_{zi}^{\min} \leq v_{zi} \leq v_{zi}^{\max} \end{cases} \quad (6)$$

### 1.3 无人机编队控制问题描述

无人机编队集结及队形保持为多架处于非编队飞行状态的无人机从任意起始状态沿不同路径完成与虚拟领航者的集结与队形成形,并最终动态保持与虚拟领航者的期望相对位置,在执行任务的过程中能够快速响应队形变换指

令并在机动中消除与虚拟领航者的位置误差。

本文考虑 4 架无人机在虚拟领航者的引导下完成集结、队形保持及队形变换,提出相应策略与二阶一致性控制算法,并最终实现如下控制目标:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - x_j) = d_{xi} - d_{xj} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (y_i - y_j) = d_{yi} - d_{yj} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (z_i - z_j) = d_{zi} - d_{zj} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\psi_i - \psi_j) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (v_i - v_j) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $d_x, d_y, d_z$  分别为各无人机与虚拟领航者的期望相对距离。

## 2 基于一致性理论的编队控制策略

### 2.1 基于虚拟领航者的编队构型

在基于一致性理论的无人机编队控制策略中采用虚拟领航者作为编队的核心,这样既规避了传统领航跟随法因为过分依赖领航无人机所存在的问题,又可以直观建立编队构型以便使各无人机状态达成一致,各无人机通过一致性算法保持与领航无人机的相对位置从而实现编队飞行。

如图 1 所示,以 4 架无人机编队为例,以虚拟领航者为原点建立相对运动坐标系,令虚拟领航者  $(x_0, y_0, z_0)$  的航向角为  $\psi_0$ 。

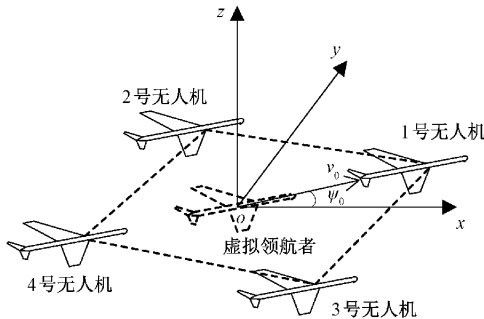


图 1 无人机编队构型示意图

则可根据各无人机与虚拟领航者的期望相对距离计算出在相对运动坐标系中的坐标  $(x'_i, y'_i, z'_i)$ :

$$\begin{cases} x'_i = d_{xi} \cos \psi_0 - d_{yi} \sin \psi_0 \\ y'_i = d_{xi} \sin \psi_0 + d_{yi} \cos \psi_0 \\ z'_i = d_{zi} \end{cases} \quad (8)$$

### 2.2 通信拓扑设计

在设计无人机编队通信拓扑时,假设各无人机只能接收来自虚拟领航者的状态信息,且无法向虚拟领航者发送任何状态信息,各相邻无人机之间可建立通信并收发除高度信息以外的其他状态信息,以图 1 中的编队队形为例,其通信拓扑结构如图 2 所示。

其中虚拟领航者编号为 0,则可得该拓扑结构所对应的拉普拉斯矩阵  $L$  分别为:

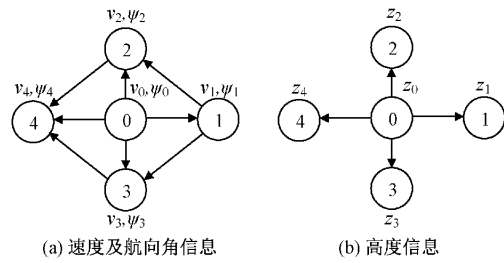


图 2 无人机通信拓扑

$$\begin{aligned} L_{v\psi} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \\ L_z &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

在编队保持过程中各无人机间的通信拓扑保持不变,当队形发生变换时,各无人机仍保持对虚拟领航者状态信息的接收,并根据在新队形中的位置构建新的通信拓扑。

### 2.3 一致性编队控制器设计

本文所研究的固定翼无人机模型为如式(5)所示的二阶系统,分别针对水平和纵向控制提出对应的二阶一致性算法,使其适合固定翼无人机的编队控制场景<sup>[15]</sup>。

#### 1) 初始化阶段

由于各无人机的初始状态不尽相同,因此在集结阶段需要将各无人机的飞行状态同步到一定的状态范围内再进行进一步的编队控制,以保证整个系统能够以合适的速度收敛到期望的状态,在该阶段各无人机仅根据虚拟领航者的状态信息进行调整,具体控制律如下:

$$\begin{cases} \dot{r}_i = \phi_{vi} (v_i - v_0) + r_0 \\ \dot{\omega}_i = \phi_{\psi i} (\psi_i - \psi_0) + \omega_0 \\ \dot{v}_{zi} = \phi_{zi} (z_i - z_0) + k_{zi} (v_{zi} - v_{z0}) \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $k_{zi} > 0$  为纵向信息状态导数间的耦合强度参数,对于存在一簇有向生成树的通信拓扑所对应的图  $G$ ,当且仅当满足  $k_{zi} > k_{zi}^*$  时系统状态能够渐进达到一致<sup>[16]</sup>:

$$k_{zi}^* = \max_{i=2, \dots, n} \sqrt{\frac{2}{|\mu_i| \cos \left[ \arctan \frac{\text{Im}(\mu_i)}{-\text{Re}(\mu_i)} \right]}} \quad (11)$$

式中:  $\mu_i$  为  $-L_z$  的第  $i$  个特征值,  $\text{Re}(\mu_i)$  和  $\text{Im}(\mu_i)$  分别为第  $i$  个特征值的实部和虚部。式(10)中的  $\phi_{vi}$ 、 $\phi_{\psi i}$  和  $\phi_{zi}$  为饱和函数,均是非线性严格单调递减的奇函数,作为输入饱和和以约束控制量大小,以防各无人机初始状态与虚拟领航者的状态差距过大导致控制量超出性能约束范围,通过设计饱和函数使各无人机能够以合适的速度收敛到期望的状

态范围以便进入编队控制阶段,本文所设计的饱和函数均基于双曲正切函数,具体形式如下:

$$\begin{cases} \phi_{v_i}(t) = C_{v_i} \tanh(-0.25t) \\ \phi_{\psi_i}(t) = C_{\psi_i} \tanh(-0.25t) \\ \phi_{z_i}(t) = C_{z_i} \tanh(-0.25t) \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $C_{v_i}$ 、 $C_{\psi_i}$  和  $C_{z_i}$  均为正常数。

根据虚拟领航者的速度范围定义各无人机集结阶段所需达到的期望速度范围满足下式:

$$\max\{|v_{x_i} - v_{x_0}|, |v_{y_i} - v_{y_0}|\} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}(\lambda^* - v_0^{\max}) \quad (13)$$

$$\max\{|v_{x_i} - v_{x_0}|, |v_{y_i} - v_{y_0}|\} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}(v_0^{\min} - \lambda_*) \quad (14)$$

其中,  $\lambda_*$  和  $\lambda^*$  为满足  $0 < \lambda_* < v_0^{\min} < v_0^{\max} < \lambda^*$  的常数,由式(13)和式(14)定义  $\lambda$  的值为:

$$\lambda = \min\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}(\lambda^* - v_0^{\max}), \frac{\sqrt{2}}{2}(v_0^{\min} - \lambda_*)\right\} \quad (15)$$

则当各无人机与虚拟领航者的状态差达到如下范围时进入编队控制阶段:

$$\max\{|v_{x_i} - v_{x_0}|, |v_{y_i} - v_{y_0}|\} \leq \lambda \quad (16)$$

### 2) 编队控制阶段

当各无人机的状态达到期望范围后进入编队控制阶段,此时各无人机的控制律如下:

$$\begin{cases} u_{x_i} = u_{x_0} - k_{x_i}(v_{x_i} - v_{x_0} - \phi_{x_i}(\tilde{d}_{x_i})) \\ u_{y_i} = u_{y_0} - k_{y_i}(v_{y_i} - v_{y_0} - \phi_{y_i}(\tilde{d}_{y_i})) \\ u_{z_i} = \phi_{z_i}(z_i - z_0) + k_{z_i}(v_{z_i} - v_{z_0}) \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $\phi_{x_i}$  和  $\phi_{y_i}$  为饱和函数,满足如下形式:

$$\phi_{x_i}(t) = \phi_{y_i}(t) = C_{x_{y_i}} \tanh(-0.05t) \quad (18)$$

其中,  $C_{x_{y_i}}$  为正常数,根据 Liu 等<sup>[15]</sup>的证明可知当  $k_{x_i}$  和  $k_{y_i}$  满足如下关系时系统达到输入输出稳定:

$$-\frac{k_{x_i}}{4} < \frac{d\phi_{x_i}(t)}{dt} < 0, -\frac{k_{y_i}}{4} < \frac{d\phi_{y_i}(t)}{dt} < 0 \quad (19)$$

式中:  $\tilde{d}_{x_i}$  和  $\tilde{d}_{y_i}$  为第  $i$  架无人机与和其通信的无人机位置差的平均,可表示为:

$$\tilde{d}_{x_i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j \in N_i} (x_i - x_j - (x'_i - x'_j)) \quad (20)$$

$$\tilde{d}_{y_i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j \in N_i} (y_i - y_j - (y'_i - y'_j)) \quad (21)$$

式中:  $N_i$  为与第  $i$  架无人机通信的无人机的集合,  $N_i$  为集合  $N_i$  中的元素个数,  $x_i - x_j$  和  $y_i - y_j$  为第  $i$  架无人机和与其通信无人机的相对位置差,  $x'_i - x'_j$  和  $y'_i - y'_j$  为各无人机在相对运动坐标系中的期望相对位置差。

## 2.4 队形变换策略设计

无人机在编队飞行过程中,根据不同飞行场景需要切换不同的队形,无人机队形变换的过程中,各无人机在不同

队形中的位置也不尽相同,需要根据队形变换前后的成员位置进行重新分配,因此可将队形变换等效为一种任务分配,分配的目标是尽可能让各无人机在队形变换过程中的相对机动距离最小,从而提升队形变换的效率。

本文所设计的队形变换策略基于 KM 算法,即二分图最大权匹配算法,考虑  $n$  架无人机进行编队变换,将当前编队与新编队中的节点分别看作集合  $I$  和  $J$ ,则有二分图  $G = (V, E)$ ,其中  $V = I \cup J, E = I \times J$  且  $I \cap J = \emptyset$ ,则两集合间存在  $n!$  个双射匹配,在这  $n!$  个双射匹配中,通过设计的权值函数对各边赋权,各节点根据权值得到完美匹配  $M$ ,令集合  $J_l(u)$  为所有与节点  $u$  共享一条边的节点,则集合  $J_l(S)$  为所有与集合  $S$  中的节点共享一条边的节点,算法流程伪代码如下表 1 所示。

表 1 成员分配算法伪代码

算法 基于 Kuhn-Munkres 算法的成员分配过程

Input: 编队成员二分图  $G = (V, E)$ , 权值表  $w(i, j)$ 。

Output: 编队成员的完备匹配  $M$ 。

Step 1: 在  $G$  中初始化顶标  $l$  和匹配  $M$

Step 2: if  $M$  是完备匹配, stop.

else 选取未匹配顶点  $u \in I$ . 令  $S = u, T = \emptyset$ .

Step 3: if  $J_l(S) = T$ , 更新顶标  $l$ :

$$\alpha_l = \min_{i \in S, j \notin T} [l(i) + l(j) - w(i, j)]$$

$$\hat{l}(v) = \begin{cases} l(v) - \alpha_l, v \in S \\ l(v) + \alpha_l, v \in T \\ l(v), \text{ 其他} \end{cases} \quad (22)$$

Step 4: if  $J_l(S) \neq T$ , 选择  $y \in J_l(S) - T$ :

if  $j$  未匹配 and 匹配  $u - j$  为增广路:

将该匹配加入  $M$ , Go to Step 2.

else if  $j$  已匹配:

扩展交替树:  $S = S \cup u, T = T \cup j$ , Go to Step 3.

本文所设计的权值函数如下:

$$w_{ij} = K / \sqrt{(x'_i - x'_j)^2 + (y'_i - y'_j)^2 + (z'_i - z'_j)^2} \quad (23)$$

其中,  $i$  为集合  $I$  中各节点的编号,  $j$  为集合  $J$  中各节点的编号,  $K$  为权值增益,取值为 100。以 4 架无人机从楔形编队向菱形编队变换为例,利用该匹配算法进行匹配后的结果如图 3 所示。

## 3 虚拟领航者的制导策略

### 3.1 非线性 $L_1$ 制导

为实现无人机编队对目标航迹的跟踪,虚拟领航者的制导策略采用改进  $L_1$  制导律,  $L_1$  制导律是由 Park 等<sup>[17]</sup>提出的一种非线性制导律并给出了其李雅普诺夫稳定性的相关证明。

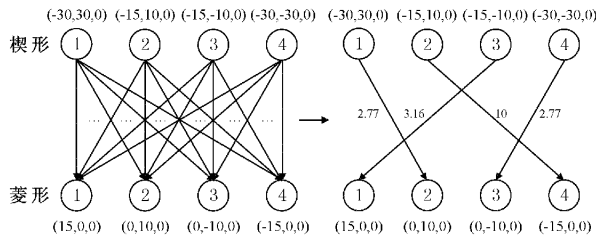


图 3 无人机队形变换匹配示意图

该非线性算法是利用无人机与航迹参考点的相对几何关系,通过  $L_1$  制导律解算出无人机跟踪该期望航迹所需的侧向加速度,最后由飞控控制无人机跟踪期望航迹飞行。

图 4 中,  $v$  为无人机的水平飞行速度,  $L_1$  为无人机当前位置与航迹参考点的相对距离,  $R$  为无人机从当前位置飞向航迹参考点所需的转弯半径,  $a_{Scmd}$  为跟踪期望航迹所需的侧向加速度,  $\eta$  为速度  $v$  与线段  $L_1$  的夹角,以顺时针方向为正方向。

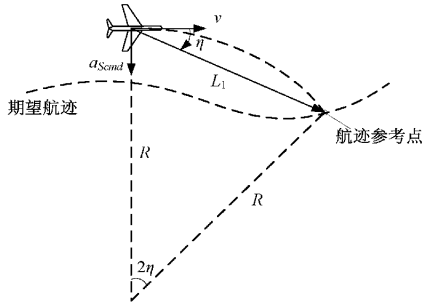


图 4  $L_1$  制导律示意图

根据以上几何关系可计算出视线角  $\eta$  和转弯半径  $R$ :

$$\eta = \arccos\left(\frac{v \cdot L_1}{|v| \cdot |L_1|}\right) \quad (24)$$

$$R = \frac{L_1}{2\sin\eta} \quad (25)$$

利用式(24)和(25)可求出侧向加速度  $a_{Scmd}$  的计算公式:

$$a_{Scmd} = k_{L1} \frac{v^2}{R} = 2k_{L1} \frac{v^2}{L_1} \sin\eta \quad (26)$$

式中:  $k_{L1}$  为  $L_1$  增益,需根据无人机飞控性能进行调节。若无人机在转向时采取协调转弯方式,则无人机的侧向加速度  $a_{Scmd}$  又可表示为:

$$a_{Scmd} = g \tan\phi \quad (27)$$

其中,  $g$  为重力加速度,  $\phi$  为无人机的滚转角,为避免视线角过大,需根据无人机最大滚转角  $\phi_{max}$  对视线角大小进行约束,则可根据式(26)和(27)得到最大视线角  $\eta_{max}$  为:

$$\eta_{max} = \arcsin \frac{L_1 g \tan\phi_{max}}{2k_{L1} v^2} \quad (28)$$

则可根据侧向加速度  $a_{Scmd}$  可计算出虚拟领航者跟踪期望航迹时的期望航向角速度  $\omega_{cmd}$ :

$$\omega_{cmd} = \frac{a_{Scmd}}{v} \quad (29)$$

### 3.2 航迹参考点切换策略

当无人机编队抵达目标航迹参考点后,需要对航迹参考点进行切换,在理想状态下,无人机能够快速且准确的朝向下一个航迹参考点飞行并完成航迹切换,但受到航向角速度等参数的限制,若无人机在飞抵航迹参考点后再进行航迹参考点的切换,则会产生一定的超调,两个航迹参考点所在的航迹夹角越小,所产生的超调就越大,这使得虚拟领航者跟踪期望航迹的性能受到影响,进而降低编队执行任务的效率。

针对上述问题本文采用一种圆弧航迹切换策略,即根据无人机的最小转弯半径生成圆弧过渡航迹来替代原先的航迹参考点切换航迹<sup>[18]</sup>,如图 5 所示,无人机当前在  $P_1$  点,以无人机最小转弯半径  $r_{min}$  生成的圆弧航迹与  $P_1 P_2$  和  $P_2 P_3$  两条航迹相切于  $T_1$ 、 $T_2$  两点。

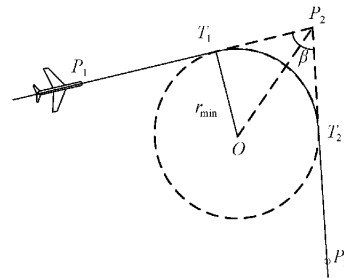


图 5 无人机航迹切换示意图

无人机的最小转弯半径可根据重力加速度  $g$  和无人机的速度  $v$  及最大滚转角  $\phi_{max}$  求出,如下:

$$r_{min} = \frac{v^2}{g \tan\phi_{max}} \quad (30)$$

两条航线的夹角  $\beta$  可表示为:

$$\beta = 2\arccos\left(\frac{P_2 P_1 \cdot P_2 P_3}{|P_2 P_1| \cdot |P_2 P_3|}\right) \quad (31)$$

则可计算出切点  $T_1$  到航迹参考点  $P_2$  距离  $D$  为:

$$D = \frac{r_{min}}{\tan(\beta/2)} \quad (32)$$

考虑到无人机滚转角控制存在惯性且飞控系统响应存在延迟,因此当无人机在到达切点  $T_1$  前就应开始跟踪弧线航迹飞行,此时引入一个补偿距离  $\Delta d$ ,则当无人机距离航迹参考点  $P_2$  距离  $D'$  时开始跟踪圆弧航迹进行航迹切换,则最终航迹参考点切换距离为  $D' = D + \Delta d$ 。

### 4 仿真实验

为验证该编队控制策略的控制效果,对 4 架无人机采用本文提出的一致性编队控制方法进行仿真实验。仿真由编队成形及保持和队形变换两部分组成,仿真过程中各参数如表 2 所示。

仿真时虚拟领航者的定常飞行速度  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ ,各无人机的水平加速度  $r_i \in [-6, 6]$ (单位  $\text{m/s}^2$ ),航向角速度  $\omega_i \in [-\pi/20, \pi/20]$ (单位  $\text{rad/s}$ ),纵向速度  $v_{z,i} \in [-2, 2]$

表 2 仿真参数

参数	赋值	参数	赋值
$C_{\psi i}$	1	$k_{x i}, k_{y i}$	1.2
$C_{\phi i}$	0.6	$k_{z i}$	2.6
$C_{z i}$	5	$k_{L, 1}$	2
$C_{x y i}$	4.6	$v_0^{\max} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	35
$\phi_{\max} / \text{rad}$	$\pi / 6$	$v_0^{\min} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	25
$r_{\min} / \text{m}$	159	$\lambda_{*} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	18.21
$D' / \text{m}$	200	$\lambda^{*} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	41.79

(单位 m/s)。仿真过程中所采用的编队队形如图 6 所示,以平行和楔形编队为集结队形,菱形编队和纵向编队为任务队形,其中菱形编队为密集编队,适用于需要大角度机动的场景;纵向编队采用高低双组编队,该队形将四机编队分为高低两组双机编队,具有更高的机动性和灵活性。

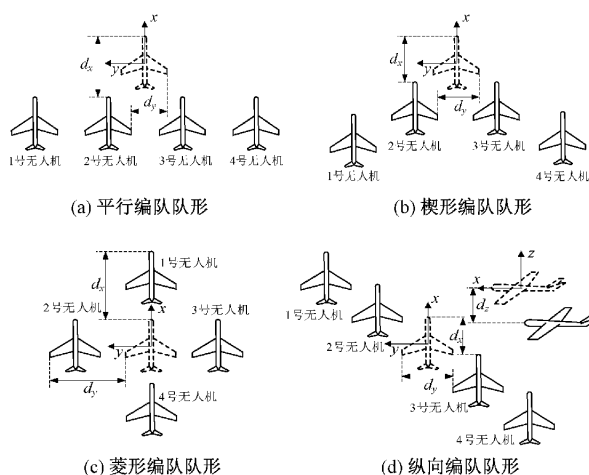


图 6 编队队形示意图

各无人机在不同队形下的队形参数如表 3 所示。

表 3 队形参数

序号	平行编队	楔形编队	菱形编队	纵向编队
1	(-10, 30, 0)	(-30, 30, 0)	(15, 0, 0)	(30, 30, 10)
2	(-10, 10, 0)	(-15, 10, 0)	(0, 10, 0)	(15, 15, 10)
3	(-10, -10, 0)	(-15, -10, 0)	(0, -10, 0)	(-15, -15, -10)
4	(-10, -30, 0)	(-30, -30, 0)	(-15, 0, 0)	(-30, -30, -10)

### 4.1 编队成形与队形保持

虚拟领航者的起始位置为(0, 0, 500),全程保持 30 m/s 的速度定速飞行,初始航向角为  $\pi/2$ ,所跟踪的航迹点分别为(0, 3 000, 500)、(1 000, 3 000, 500)、(2 500, 1 500, 500)、(2 500, 0, 500)、(500, 0, 500)及(500, 2 500, 500),各无人机的初始状态参数如表 4 所示。

表 4 无人机初始状态参数

序号	位置	航向角/rad	速度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
1	(-265, -190, 450)	$3\pi/4$	35
2	(-120, 160, 420)	$11\pi/18$	25
3	(25, -190, 585)	$2\pi/3$	35
4	(155, -100, 545)	$\pi/6$	40

各无人机从起始状态以平行编队完成集结后,继续保持队形跟随虚拟领航者跟踪航迹点飞行,进行仿真并与传统具有有界控制输入的一致性算法进行对比,以验证本文编队控制策略的有效性,仿真结果如图 7 和 8 所示。

由图 7(a)和(b)可以看出,采用本文所提出的无人机编队控制方法可以顺利完成编队集结与队形保持直至仿真结束,在 90 s 时各无人机已经接近水平方向上的期望位置,此时编队进入航迹切换阶段,如图 7(c)所示第 100 s 时编队位置误差随机增大,到图 7(d)所示的第 120 s 时,编队已在 20 s 内完成位置误差消除并重新形成编队;如图 7(e)和(f)

所示各无人机的水平速度、航向角和纵向位置状态均能严格控制,在性能约束范围内并快速消除位置误差并与虚拟领航者趋于一致。而图 8 中采用传统有界控制输入的无人机一致性编队控制方法的情况下,由图 8(a)可知在第 120 s 时尚未完成编队位置误差消除,根据图 9(b)可知直至第 180 s 时才形成编队,且如图 8(c)中所示无人机的各飞行状态响应速度也不及本文所采用的编队控制方法。

### 4.2 连续队形变换

虚拟领航者的起始位置为(0, 0, 500),全程保持 30 m/s 的速度定速飞行,初始航向角为  $\pi/6$ ,在保持初始状态飞行 90 s 后,开始沿半径为 500 m 的圆弧盘旋下降至 400 m 高度,完成机动后以当前航向角直线飞行,各无人机在前 70 s 内以楔形编队完成集结,并在 20 s 内完成由楔形编队向菱形编队的队形变换,待盘旋下降结束后由菱形编队变换成高低双组编队飞行,无人机初始状态参数如表 5 所示。

采用 2.4 节所设计的队形变换策略进行匹配后的结果及不同队形下的通信拓扑如图 9 所示。

各无人机从起始状态进行仿真以验证编队控制算法及队形分配策略在切换通信拓扑情况下的有效性,仿真结果如图 10 所示。

由图 10(a)和(b)可以看出,各无人机能在严格按照 2.4 节的成员分配策略进行队形变换和拓扑切换的情况下使水平速度、航向角及高度状态快速与虚拟领航者趋于一致;其中如图 10(c)所示,各无人机在 70 s 左右完成集结,

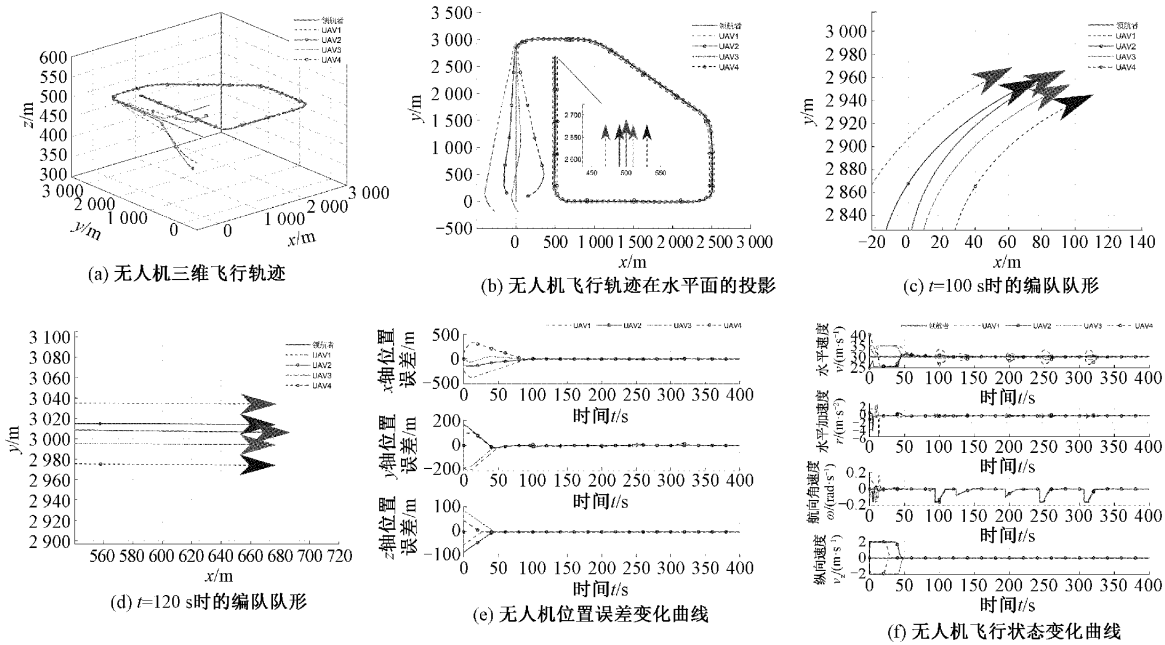


图 7 本文采用的无人机编队一致性控制仿真图

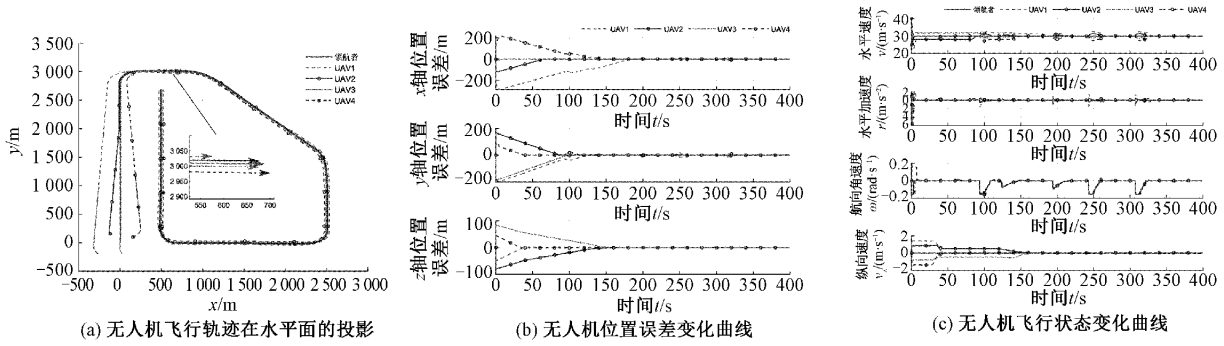


图 8 基于传统有界控制输入的无人机编队一致性控制仿真图

表 5 无人机初始状态参数

序号	位置	航向角/rad	速度/(m·s <sup>-1</sup> )
1	(-125, 50, 520)	$\pi/2$	35
2	(-100, -60, 475)	$7\pi/18$	25
3	(25, -80, 540)	$\pi/4$	35
4	(-5, -150, 480)	0	40

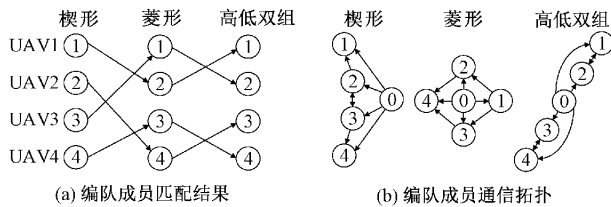


图 9 无人机编队成员匹配及通信拓扑

图 10(d)中为适应机动飞行各无人机在 20 s 内快速变换为菱形编队进入盘旋下降航段,在盘旋过程中各无人机均能针对不同转弯半径进行速度调整,在第 270 s 后编队完成机

动,各无人机变换成高低双组编队跟随虚拟领航者沿直线飞行执行后续任务,由图 10(e)和(f)可知各无人机在队形变换和切换航迹时能快速响应以消除位置误差,同时在切换通信拓扑的情况下仍能保持各状态参数在约束范围内。

### 5 结 论

本文针对无人机编队航迹跟踪过程中的编队保持和编队变换问题设计了基于二阶一致性理论和虚拟领航者的三维无人机编队控制策略。基于虚拟领航者构建了相对运动坐标系以直观描述编队队形,并采用改进  $L_1$  制导律作为虚拟领航者的航迹跟踪制导律,从而解决了编队队形描述与航迹跟踪的问题。同时将队形变换的编队成员位置分配等效成任务分配问题进而引入基于 KM 算法的编队成员分配算法以提高编队变换效率,使无人机编队能够根据不同飞行场景进行队形变换。仿真结果显示本文所设计的无人机编队控制策略能够在不同飞行场景下使无人机编队在满足系统性能约束和切换通信拓扑的情况下快速响应编队控制指令并消除位置误差。

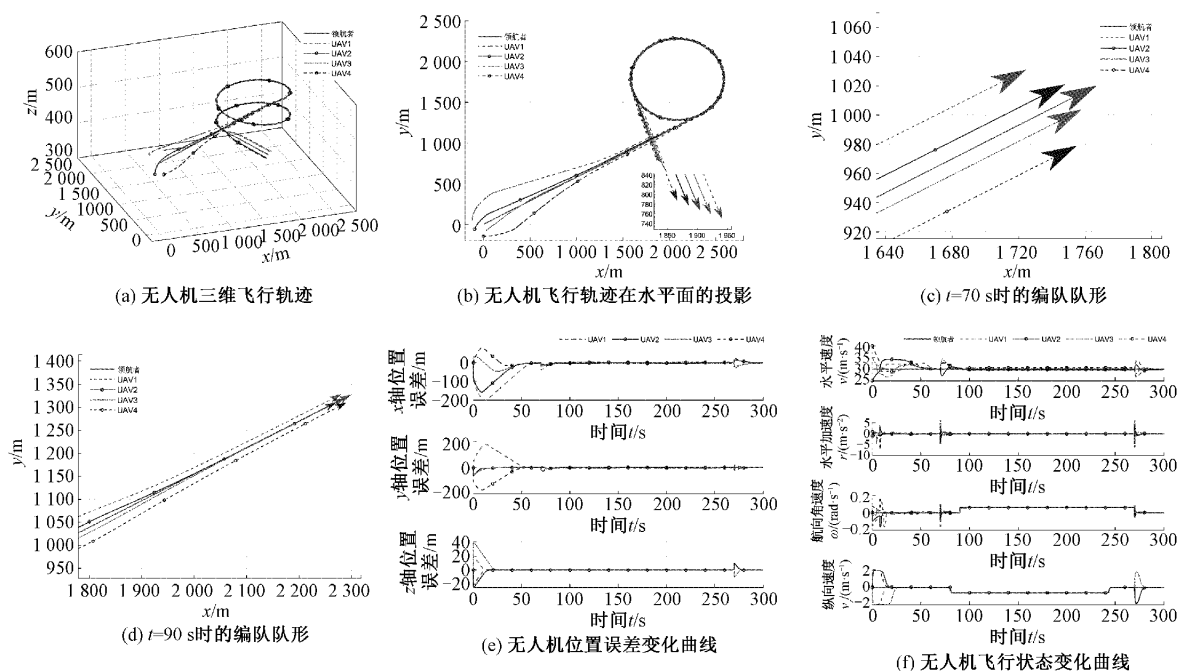


图 10 无人机编队连续队形变换仿真图

参考文献

[1] 刘树光,王欢.有人/无人机协同编队控制研究综述[J].飞行力学,2022,40(5):1-8.

[2] 苟进展,梁天骄,陶呈纲,等.基于一致性理论的无人机编队控制与集结方法[J/OL].北京航空航天大学学报:1-12[2023-05-05].

[3] 杨立炜,付丽霞,李萍.多智能体系统编队控制发展综述[J].电子测量技术,2020,43(24):18-27.

[4] 王海风,郑柏超,卢世堃,等.基于观测器的无人机编队自适应容错控制[J].电子测量技术,2022,45(17):56-64.

[5] SAIF O, FANTONI I, ZAVALA-RIO A. Distributed integral control of multiple UAVs: precise flocking and navigation [J]. IET Control Theory and Applications, 2019,13(13):2008-2017.

[6] 李正平,鲜斌.基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制[J].控制理论与应用,2020,37(11):2423-2431.

[7] 李朋月,刘松林,郝向阳,等.无人机编队控制技术研究[J].电子测量技术,2019,42(12):106-112.

[8] REN W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations [J]. IET Control Theory and Applications, 2007, 1(2): 505-512.

[9] 刘祖均,何明,马子玉,等.基于分布式一致性的无人机编队控制方法[J].计算机工程与应用,2020,56(23):146-152.

[10] 丁磊,孙智孝,苗亚囡,等.基于输出反馈的四旋翼飞行器分布式编队控制[J].控制工程,2020,27(5):855-861.

[11] 刘志江,宋友,李国宾,等.一致性算法和领航跟随法结合的多机编队控制[J].航天控制,2022,40(6):46-52.

[12] 王汇彬,金程皓,许博,等.一种基于状态一致性模型的固定翼无人机编队控制机制[J].小型微型计算机系统,2022,43(7):1505-1510.

[13] 文梁栋,甄子洋,龚华军.基于一致性的有限区域内紧密编队集结控制[J].电光与控制,2020,27(11):68-74,105.

[14] 吴彭磊.多智能体网络的一致性问题和编队控制研究[D].北京:北京交通大学,2020.

[15] LIU T, JIANG Z P. Distributed formation control of nonholonomic mobile robots without global position measurements [J]. Automatica, 2013, 49(2): 592-600.

[16] REN W, BEARD R W. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control [M]. London: Springer London, 2008.

[17] PARK S, DEYST J, HOW J P. Performance and lyapunov stability of a nonlinear path following guidance method [J]. Journal of guidance, control, and dynamics, 2007, 30(6): 1718-1728.

[18] 侯鹏森,肖支才,刘玄冰,等.基于改进非线性制导律的无人机航迹跟踪算法研究[J].电光与控制,2023,30(6):8-14.

作者简介

胡锦涛,硕士研究生,主要研究方向为无人机编队控制与嵌入式软件开发。  
E-mail: hujinfan@nuaa.edu.cn