

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2518801

插值-Zernike矩协同的光学狭缝针孔亚像素测量方法*

易勇¹ 王代强^{1,2} 易忠¹

(1. 贵州大学大数据与信息工程学院 贵阳 550025; 2. 贵州民族大学物理与机电工程学院 贵阳 550025)

摘要: 针对精密光学狭缝与针孔镜片检测中人工效率低、接触式测量易损伤表面的问题,本文提出一种插值-Zernike协同亚像素检测方法。通过双三次插值增强边缘分辨率,重构正交基模板降低离散采样误差,并引入非对称高斯模型修正亚像素偏移,结合动态阈值与小连通域去噪提升抗干扰性。仿真与实验结果表明:改进算法对狭缝宽度的最大检测误差为0.098 7 pixel(1.401 5 μm),针孔直径误差 $\leq 0.113 6$ pixel(1.613 1 μm),较传统Zernike矩方法精度提升62.3%;在像素对齐条件下实现了0.000 2 pixel(2.84 nm)的纳米级分辨率,突破了传统微米级限制。算法精度与相机分辨率呈线性正相关,且在本文实验条件下满足工业3 μm 以内的检测标准,并具备纳米级拓展潜力,为光学元件高效无损检测提供了创新方案。

关键词: 精密狭缝;针孔;Zernike矩亚像素检测;非对称边缘模型

中图分类号: TN29 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 430.3010

Interpolation-Zernike moments collaborative optical slit-pinhole
sub-pixel measurement methodYi Yong¹ Wang Daiqiang^{1,2} Yi Zhong¹

(1. School of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China;

2. School of Physics and Mechatronic Engineering, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025, China)

Abstract: To address the challenges of low manual efficiency and surface damage risks in contact-based measurement for precision optical slits and pinhole lenses, this paper proposes an interpolation-Zernike collaborative subpixel detection method. By enhancing edge resolution through bicubic interpolation, reducing discrete sampling errors via reconstructed orthogonal basis templates, and correcting subpixel offsets with an asymmetric Gaussian model, the method improves anti-interference capabilities through dynamic thresholding and small connected-domain denoising. Simulation and experimental results demonstrate that the improved algorithm achieves a maximum detection error of 0.098 7 pixel (1.401 5 μm) for slit width and stabilizes pinhole diameter errors within 0.12 pixel (1.704 μm), representing a 62.3% accuracy improvement over traditional Zernike moment methods. Under pixel-aligned conditions, the method achieves nanoscale resolution of 0.000 2 pixel (2.84 nm), surpassing conventional micron-level limitations. The algorithm exhibits a linear positive correlation between accuracy and camera resolution, meets industrial detection standards within 3 μm under the experimental conditions, and demonstrates potential for nanometer-scale applications. This work provides an innovative solution for high-efficiency, non-destructive inspection of optical components.

Keywords: precision slits; pinhole lenses; Zernike moment subpixel detection; asymmetric edge model

0 引言

精密光学狭缝与针孔镜片作为光电子系统的核心元件,其微米级几何尺寸的精度直接影响光学性能与产品质量。当前工业生产检测中广泛采用人工接触式测量工具

(如卡尺、显微镜),存在效率低下、易损伤镜片表面等问题^[1]。随着机器视觉技术的发展,基于图像的检测方法逐渐成为研究热点,但现有算法在精度、效率和鲁棒性方面仍面临显著挑战。

传统像素级算法(如Canny算子、Sobel算子等)通过

收稿日期:2025-05-13

* 基金项目:国家自然科学基金项目(62272123)资助

梯度计算实现边缘粗定位,但其精度受限于图像分辨率,难以满足微米级检测需求^[2-3]。亚像素级边缘检测算法通过插值、矩分析或拟合法提升边缘定位精度,逐渐成为精密测量的主流方向^[4-5]。其中 Zernike 矩凭借正交性和旋转不变性被广泛用于亚像素建模^[6],但其离散模板的混叠误差和对称边缘假设限制了实际精度。Ronneberger 等^[7]提出的基于深度学习的边缘检测方法虽在复杂场景适应性上有所提升,但对标注数据依赖性强且计算成本高,难以在工业嵌入式设备中实时部署。Qian 等^[8]提出的通过边缘特征匹配获得目标的廓特征,但当图像区域边缘特征较少时难以获得有效的边缘特征,不适用于工业复杂检测环境;Zhang 等^[9]提出的通过引入渐变边缘模型以更匹配真实图像边缘,但仍未解决非对称偏移的问题。目前国内对 Zernike 矩的改进主要采用“先粗后细”方法,即先采用传统像素级算法对图像边缘进行粗定位,而后使用亚像素方法进行细定位。如刘利平等^[10]提出的 Canny-Zernike 改进算法,对大尺寸圆形精密零件有较高的检测精度,但对于微米级小尺寸精密针孔检测效果不佳;张陈等^[11]提出的基于 LoG-Zernike 的改进算法,对磁瓦的轴长与弦长检测误差精度分别控制在 ± 0.01 mm、 ± 0.004 mm 之间,兼具较高的检测精度与速度,但不满足本研究的 $3\ \mu\text{m}$ 以内的检测误差标准;此外,采用传统像素级算法进行粗定位后会改变图像边缘的灰度变化,影响测量精度,同时插值法与矩方法的协同优化仍也缺少相关的系统性研究^[12-14]。

针对上述问题,本文提出一种基于插值-Zernike 协同架构的亚像素检测方法,通过双三次插值自适应增强边缘分辨率,降低离散积分误差;基于最小二乘约束重构 7×7 Zernike 正交基模板,使边缘方向误差降低 80%;设计非对称高斯边缘模型,引入侧向模糊参数修正偏移公式,在非对称条件下误差降低 90%;结合动态阈值与小连通域滤波构建抗噪架构,实现亚微米级检测精度(最大误差 $1.61\ \mu\text{m}$)。实验表明,该方法较传统 Zernike 矩算法精度提升 62.3%,在复杂工业环境中保持稳健性,且当阶跃边缘与像素对齐时可达纳米级分辨率($2.84\ \text{nm}$),为光学元件高效无损检测提供了创新解决方案。

1 镜片图像预处理

1.1 待检测镜片图像采集与实验条件设置

精密狭缝和针孔镜片常使用不锈钢材料(如铜、钨等)制造,其针孔半径或狭缝宽度一般在 $1\sim 1\ 000\ \mu\text{m}$ 之间。如图 1 所示,为了减少表面反射,提升光学元件的透光率与对比度,生产时通常会对镜片进行黑色阳极氧化处理,使其呈现黑色。区别于传统人工接触式检测方法(图 2),通过搭建机器视觉检测平台获取待检测镜片图像进行图像处理检测,有效避免了损伤镜片和检测效率低下等问题。

为实现高精度检测,需获取清晰、高对比度的镜片原始图像。本研究依据镜片材质(如黑色阳极氧化不锈钢)及微

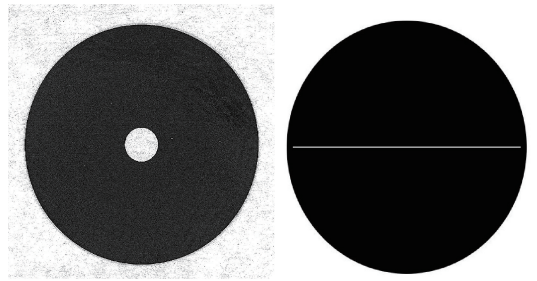


图 1 精密针孔、狭缝镜片

Fig.1 Precision pinhole, slit lenses

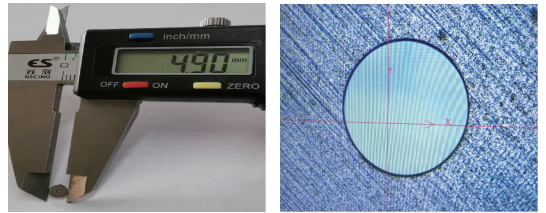


图 2 人工检测法

Fig.2 Manual detection method

米级特征(狭缝和针孔直径均为 $1\sim 1\ 000\ \mu\text{m}$),实验采用以下成像配置:

1) 硬件系统:海康 600 万像素彩色工业相机(分辨率 $3\ 072\ \text{pixel}\times 2\ 048\ \text{pixel}$)搭配 $25\ \text{mm}$ 定焦镜头,LED 环形光源(色温 $5\ 500\ \text{K}$,工作距离 $150\ \text{mm}$)及白色哑光背景板,以抑制镜面反射并增强边缘对比度;

2) 标定参数:通过棋盘格标定法确定像素当量为 $14.2\ \mu\text{m}/\text{pixel}$,确保后续测量的物理尺度准确性;

3) 仿真测试镜片生成:为模拟实际检测中的复杂条件(如光照不均、表面麻点等),利用 MATLAB 生成边缘灰度渐变图像,验证算法鲁棒性。

1.2 镜片及狭缝、针孔区域 ROI 提取与去噪

根据获取的待检测镜片图像中像素值的分布特点,本研究设计了 3 种不同的卷积模板对镜片图像进行感兴趣区域(region of interest, ROI)提取:

1) 镜片主体提取:采用高斯加权圆形模板(图 3(a)),其权重分布为中心高、边缘低,通过卷积运算抑制背景噪声,快速定位镜片外轮廓;

2) 狭缝区域定位:针对狭缝的线状特征,设计正负权重三明治模板(图 3(b))。该模板中心为正权重区(增强狭缝响应),两侧为负权重区(抑制背景干扰),通过响应差异提升狭缝边缘对比度(图 3(d));

3) 针孔区域定位:使用环形卷积模板(图 3(c)),其权重沿环形分布,匹配针孔圆形几何特征,避免矩形结构误检。

通过模板匹配直接定位目标,减少误检,同时设计加权模板对光照变化鲁棒,抗噪能力强,为后续的相关算法检测减少计算量,提高检测效率,适应工业场景中的不同拍摄条

件下的镜片检测的复杂背景。

由于工业检测环境的复杂性,实际拍摄到的镜片图像往往会包含噪声,因此需要对图像进行去噪处理。本研究对采用自适应中值滤波算法对 ROI 提取后的待检测区域进行滤波处理,过滤椒盐噪声等噪声干扰,保留良好的边缘结构。

2 插值-Zernike 协同架构边缘检测算法

传统边缘检测框架通常采用“滤波→像素级粗定位→亚像素级精定位→后处理”的线性流程,在常规的零件检测中表现良好。然而,针对本研究涉及的精密狭缝与针孔镜片(几何尺寸为微米级,狭缝宽度或针孔直径仅占几个像素),传统方法的局限性显著提升,主要表现为:分辨率不足,微米级边缘特征在低分辨率图像中易受离散采样混叠误差影响,导致亚像素定位精度下降;模型不完全匹配,传统 Zernike 矩是基于理想阶跃边缘的假设,与实际成像中的非对称模糊与噪声干扰存在一定的不匹配性。

为此,本研究提出了一种“插值增强-矩特征解析-几何约束优化”的三级非线性检测架构如图 4 所示,通过协同优化解决上述相关问题:

1)插值增强:采用双三次插值算法,将图像缩放至亚像素尺度(如 $s=10$ 倍)来提升边缘灰度的跃迁分辨率,使得 Zernike 矩的离散积分更逼近连续域理论值,降低了混叠误差;

2)矩特征解析:重构 7×7 Zernike 正交基模板,通过最小二乘约束逼近连续正交性,使复数矩 $M_{11} = M_{11}R + jM_{11}I$ 在频域具备旋转解耦特性,边缘方向误差较传统模板降低 80%;

3)几何约束优化:结合动态双阈值(主阈值自适应图像对比度,辅阈值抑制低信噪比区域)与小连通域滤波,在保留亚像素边缘特征的同时滤除麻点噪声。

2.1 双三次插值算法

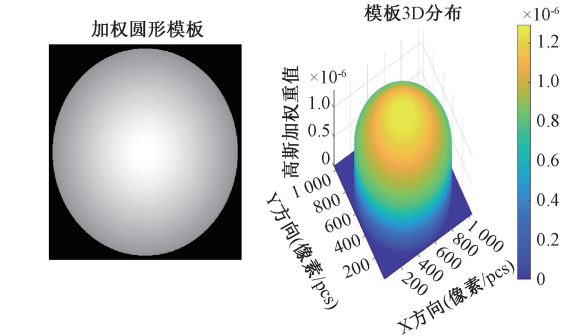
传统的 Zernike 矩在处理低分辨率图像时,容易受采样混叠误差的影响,导致边缘定位精度降低。插值法是通过增加虚拟像素点,使得离散采样更接近连续信号,从而使 Zernike 矩的积分计算更加符合理论值。

与双线性插值等方法相比,双三次插值在图像缩放过程中可以更好地保留下图像细节和边缘信息。双三次插值算法通过参考周围 16 个像素点的信息来计算新像素值,因此在放大图像的同时,能够生成更加平滑的过渡效果,有效的减少了锯齿现象。其核函数为:

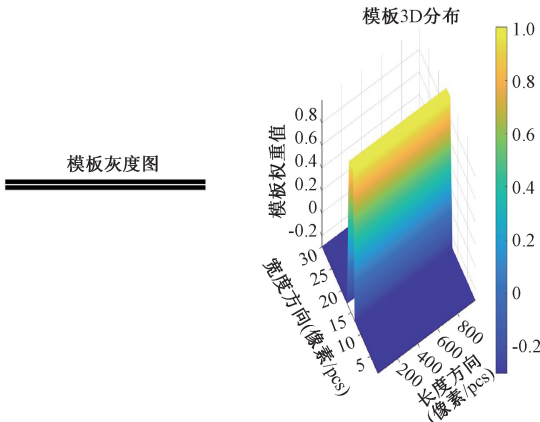
$$W(x) = \begin{cases} (a+2)|x|^3 + (a+3)|x|^2 + 1, & |x| \leq 1 \\ a|x|^3 - 5a|x|^2 + 8a|x| - 4a, & 1 < |x| < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $a = -0.5$ 。

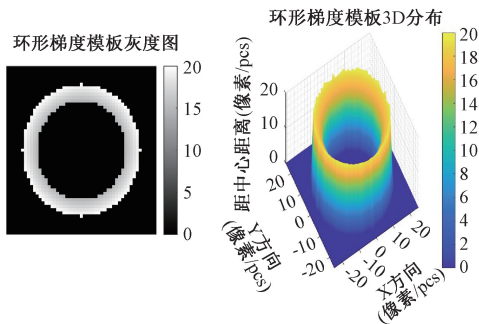
从图 5 中可以看出,经过插值算法处理的狭缝边缘图



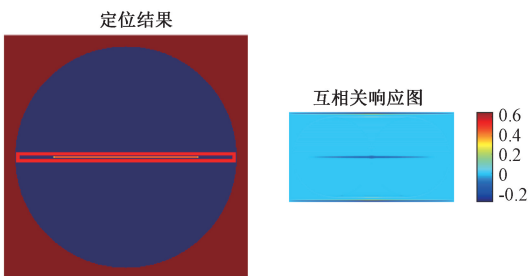
(a) 高斯加权圆形模板及其 3D 分布
(a) Gauss-weighted circular templates and their 3D distributions



(b) 正负权重三明治结构模板及其 3D 分布
(b) Positive and negative weighted sandwich structure templates and their 3D distributions



(c) 环形模板及其 3D 分布
(c) Ring formwork and its 3D distribution



(d) 精密狭缝模板检测定位示意
(d) Schematic diagram of precision slit template detection and positioning

图 3 ROI 检测模板

Fig. 3 ROI detection template

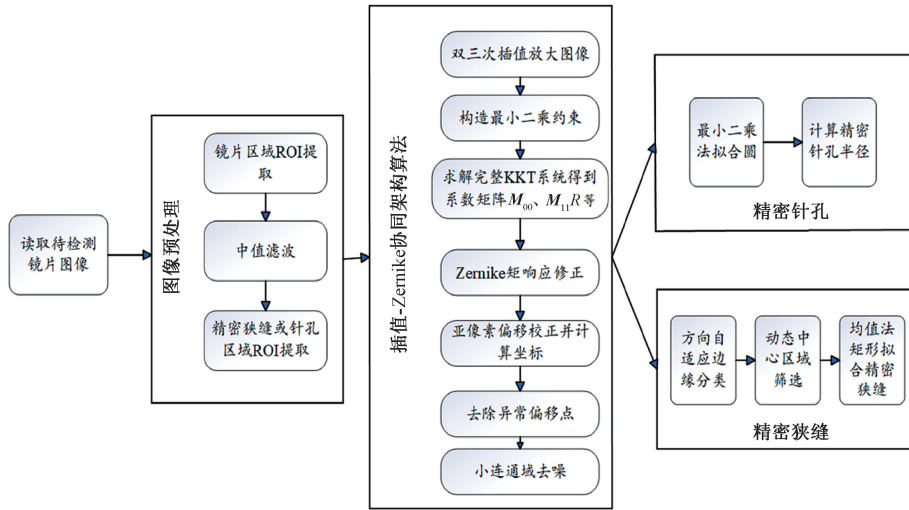


图 4 检测算法流程图

Fig. 4 Flow chart of the detection algorithm

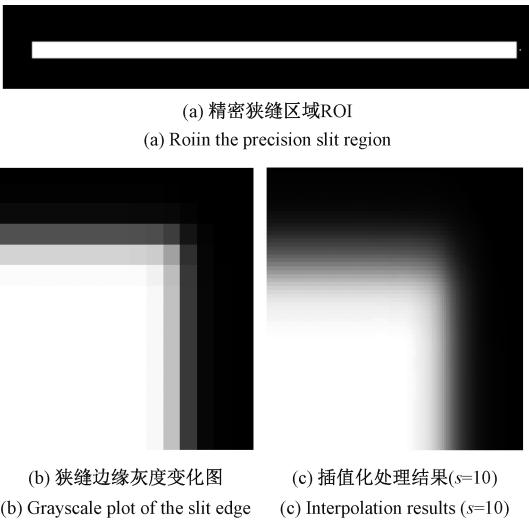


图 5 双三次插值增强边缘灰度变化

Fig. 5 Bicubic interpolation enhances the grayscale change of the edge

方面表现不佳,从而导致边缘定位误差较大。尽管现有的一些模板优化方法能够在一定程度上降低误差,但它们仍未完全满足离散正交约束条件。

本研究创新性地提出一种基于最小二乘优化的 Zernike 矩模板设计方法。通过数学建模,使离散模板系数尽可能逼近连续正交性条件,同时引入数学上的严格约束以控制误差,有效解决了连续理论与离散应用之间的核心矛盾。

(1)连续域 Zernike 矩定义

Zernike 多项式在单位圆内正交,其极坐标形式为:

$$Z_{nm}(\rho, \theta) = R_{nm}(\rho)e^{jm\theta} \tag{2}$$

径向多项式 R_{nm} 写为:

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-|m|}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+|m|}{2} - k\right)! \left(\frac{n-|m|}{2} - k\right)!} \rho^{n-2k} \tag{3}$$

连续域的正交性条件:

$$\iint_{\rho \leq 1} Z_{nm}(\rho, \theta) Z_{pq}^*(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta = \frac{\pi}{n+1} \delta_{np} \delta_{mq} \tag{4}$$

其中, δ_{np} 和 δ_{mq} 为 Kronecker delta 函数, Z_{pq}^* 表示复共轭。

(2)离散域问题建模

在数字图像中,积分需要通过离散化为像素网格。将 7×7 的模板区域归一化到单位圆内,则网格点的坐标为 (x_i, y_j) , 对应权重为 w_{ij} 。其离散正交性条件如下:

$$\sum_{i,j} w_{ij} Z_{nm}(x_i, y_j) Z_{pq}^*(x_i, y_j) \approx \frac{\pi}{n+1} \delta_{np} \delta_{mq} \tag{5}$$

改进建模的目标是在于推理设计出更为合适的模板系数矩阵 M_{nm} , 使其最佳逼近理论 Zernike 矩的同时满足离散正交约束条件。

像很好地保留了边缘细节,为后续的高精度检测算法(如亚像素级边缘检测)提供了更为丰富的特征信息,有助于挖掘更精确的跃迁边缘特征。

2.2 改进的 Zernike 矩边缘检测算法

传统的 Zernike 矩在离散图像处理中,因模板设计缺陷及对称边缘假设的限制,导致亚像素检测精度有限。本研究提出两项关键改进:重构离散正交基和引入非对称高斯边缘模型,通过数学优化与实际成像特性相结合,显著提升检测精度与鲁棒性。

1)Zernike 矩正交基重构理论改进

传统 Zernike 矩在连续单位圆域内具有严格的正交性,但数字图像是基于离散网格的,对离散图像进行采样时会导致频谱混叠。传统 5×5 或 7×7 模板在逼近理论特性

$$\min_{M_{nm}} \sum_{i,j} (M_{nm}(i,j) - Z_{nm}(x_i,y_j))^2 \quad (6)$$

其中, $Z_{nm}(x_i,y_j)$ 为理论 Zernike 多项式在离散点的值。

2) 构造约束最小二乘问题

以生成的 7×7 的 M_{00} 模板为例(零阶矩), 其离散正交约束为:

$$\sum_{i=-3}^3 \sum_{j=-3}^3 (M_{00}(i,j) - Z_{00}(x_i,y_j))^2 \quad (7)$$

(1) 构造正交约束

生成的 M_{00} 模板需要确保与所有的低阶矩正交, 且给出约束范围: 对 $p \leq n_{\max}, |q| \leq p$, 其中 n_{\max} 为考虑的最高阶数(研究取 $n_{\max}=4$ 来覆盖主要的影响项)。

(2) 生成需正交的矩对列表:

$$M_{00} \perp \{Z_{11}, Z_{20}, Z_{22}, Z_{31}, Z_{33}, Z_{40}, Z_{42}, Z_{44}\} \quad (8)$$

即对 $(p,q) = (1,1), (2,0), (2,2), \dots, (4,4)$, 共计 $\frac{(n_{\max}+1)(n_{\max}+2)}{2} - 1 = 14$ 个约束。

(3) 构造约束矩阵 C

将每个正交条件展开为矩阵的一行得到:

$$C \in R^{K \times 49}, K = \text{约束数量} \quad (9)$$

每行对应一个 (p,q) 对的离散正交条件:

$$C_K = [Z_{pq}^*(x_{-3}, y_{-3}), Z_{pq}^*(x_{-3}, y_{-2}), \dots, Z_{pq}^*(x_3, y_3)] \quad (10)$$

为了避免数值的不稳定性, 对每行约束进行如下的归一化处理:

$$C_K \leftarrow \frac{C_K}{\|C_K\|_2} \quad (11)$$

构造正交约束的具体步骤如图 6 所示。

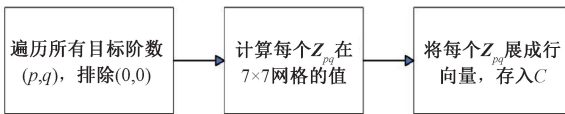


图 6 正交约束具体步骤

Fig. 6 The specific steps of orthogonal constraints

(4) 数值求解的完整 KKT 系统

将求得的模板系数展开为向量形式 $m \in R^{49}$, 约束写为线性方程组:

$$\begin{cases} \min \|m - z\|_2^2 \\ Cm = 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中, z 为理论 Zernike 值向量化, C 为约束矩阵, 每行对应一个正交条件。

引入拉格朗日乘子向量 λ , 构造增广目标函数:

$$L = \frac{1}{2} \|m - z\|_2^2 + \lambda^T Cm \quad (13)$$

求导即可得到卡鲁什-库恩-塔克条件(Karush-Kuhn-Tucker conditions, KKT), 并将最小二乘优化问题改写为:

$$\begin{pmatrix} I & C^T \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

其中, λ 是拉格朗日乘子向量, I 表示单位矩阵。

本文改进的基于最小二乘优化算法通过严格的数学推导约束, 将 Zernike 矩的连续正交性精确的映射到了离散模板, 同时得到 7×7 模板的系数矩阵 $M_{00}, M_{11}R$ 等解析表达式。

测试采用图 5(a) 中的狭缝边缘区域, 对本研究优化的 7×7 Zernike 矩模板与传统的 5×5 模板进行边缘检测精度测试。

从表 1 可以看出, 经优化的 7×7 模板相较于 5×5 模板, 在无麻点和有麻点缺陷环境下, 边缘定位的均方根误差均减少了约 60%, 方向误差也从 1.5° 降至 0.3° 。经最小二乘优化后的 7×7 模板更符合 Zernike 多项式的正交性条件, 有效降低了离散采样带来的混叠误差, 并且由于边缘方向误差的减小, 复数矩相位角的计算稳定性得到了提升。

表 1 7×7 模板与传统的 5×5 模板性能对比

Table 1 Performance comparison between the 7×7 template and the traditional 5×5 template

模板类型	无麻点/ pixel	含麻点/ pixel	边缘方向 误差/ $^\circ$
5×5 传统	0.10	0.23	1.5
7×7 优化	0.04	0.09	0.3

2.3 引入亚像素偏移校正理论模型

1) 非对称高斯边缘模型

传统的 Zernike 矩亚像素边缘检测的核心假设是: 图像中边缘近似为理想阶跃边缘, 其灰度分布可表示为:

$$I(x,y) = A \times u(x \cos\theta + y \sin\theta - \rho) + B \quad (15)$$

其中, A 为边缘两侧的灰度差, B 为背景灰度, $u(\cdot)$ 为单位阶跃函数。

理想跃迁边缘模型假定边缘灰度对称分布, 但实际中, 该模型忽略了离散采样引起的混叠误差、噪声导致的矩计算偏差, 以及光学系统点扩散函数的非对称性。加之工业检测环境复杂, 实际获取的镜片图像边缘常偏离理想状态。

为此, 本研究提出一种非对称高斯边缘模型, 通过设置不同的侧面模糊参数($\sigma_1 \neq \sigma_2$), 更精准地刻画真实边缘的灰度分布, 进而提高亚像素定位精度。

非对称边缘的灰度分布可表示为:

$$I(x) = \frac{A}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x-x_0}{\sigma_1\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{x_0-x}{\sigma_2\sqrt{2}}\right) \right] + B \quad (16)$$

其中, x_0 为边缘中心位置(亚像素级), $\operatorname{erf}(\cdot)$ 为误差函数。

2) Zernike 矩响应修正

传统 Zernike 矩基于对称模型($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$), 其响应为:

$$\mathbf{M}_{11} = \frac{2A}{3}\rho e^{j\theta}, \mathbf{M}_{20} = \frac{2A}{3}\rho^2 \quad (17)$$

非对称模型下,结合式(17)响应修正为:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{11}^{asym} &= \mathbf{M}_{11} \times \left(1 + \alpha \times \frac{\sigma_1^1 - \sigma_2^2}{\sigma_1^1 + \sigma_2^2}\right), \\ \mathbf{M}_{20}^{asym} &= \mathbf{M}_{20} \times \left(1 + \beta \times \frac{\sigma_1^{12} - \sigma_2^{22}}{\sigma_1^{12} + \sigma_2^{22}}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, α, β 为经验系数,本文取 $\alpha \approx 0.2, \beta \approx 0.15$ 。

3) 亚像素偏移校正公式

理想模型的偏移量公式为:

$$\delta = \frac{3}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\mathbf{M}_{20}}{|\mathbf{M}_{11}|} \quad (19)$$

考虑非对称性后,公式修正为:

$$\delta^{asym} = \delta \cdot [1 + \gamma \cdot \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}] \quad (20)$$

其中, γ 为校正因子,本研究取 $\gamma = 0.35$ 。

4) 非对称修正模型仿真测试

仿真通过 MATLAB 2023b 生成精密狭缝进行边缘定位精度测试:阶跃边缘、灰度差 $A=100$ 、插值算法缩放因子 ($s=40$)、理想边缘位置 $x_0=100.00$ pixel,非对称模糊参数 σ_1 (左侧) σ_2 (右侧)线性增加。

从表 2 数据可见,随着 σ_1/σ_2 比值的线性增加,传统对称模型的误差显著上升。当 σ_1/σ_2 为 1.5 时,误差已达 0.12 pixel,超出亚像素检测精度要求。传统模型仅适用于理想边缘跃迁($\sigma_1/\sigma_2=1.0$)。相较之下,本研究提出的非对称修正模型在抑制非理想边缘跃迁的检测误差方面表现出色。无论是在中度非对称还是高度非对称条件($\sigma_1/\sigma_2=3.0$),该模型均能稳定保持在 0.05 pixel 的精度以内。同时,它在理想边缘跃迁下与传统对称模型表现一致,展现了对理想和非理想模型的良好兼容性。

表 2 σ_1/σ_2 比值与边缘定位误差关系

Table 2 Relationship between σ_1/σ_2 ratio and edge positioning error

σ_1/σ_2	传统对称模型	非对称修正模型	误差降低 幅度/%
	误差/pixel	误差/pixel	
1.0	0.02	0.02	0
1.5	0.12	0.03	75
2.0	0.25	0.04	84
2.5	0.38	0.05	87
3.0	0.51	0.05	90

3 亚像素检测后处理

本研究提出的插值-Zernike 协同架构亚像素边缘检测算法,由于双三次插值处理后的图像会使所需计算资源大幅增加,如 $s=40$ 时图像内存占用增加 1 600 倍,为了实现

精度与效率的平衡,设置阶梯式双三次插值处理,(精密狭缝宽度(W)或精密针孔直径: $2 \leq W \leq 10$ 时 $s=30$; $10 < W \leq 35$ 时 $s=20$; $W > 35$ 时 $s=10$)对于镜片外边缘检测 $s=3$;合理的设置缩放因子,平衡计算精度与速度。

亚像素边缘检测算法输出的边缘点云通常包含噪声、离群点及镜片表面缺陷干扰,由于双三次插值算法放大检测图像边缘的同时也会放大噪声或镜片本身缺陷,这些干扰都会影响到后续精密针孔圆拟合或精密狭缝矩形拟合的拟合精度,因此,本研究采用小连通域去噪方法对插值-Zernike 协同架构亚像素边缘检测算法检测到的边缘点进行处理,通过构建合适的最大麻点噪声面积阈值 A_{\max} ,对可能出现的噪声或缺陷干扰进行去噪处理^[15]。

$$A_{\max} = 20s^2 (s \in 10, 20, 30, 40) \quad (21)$$

其中, $20s^2$ 为经插值处理后设定的最大缺陷面积,参数可调,面积 $\leq A_{\max}$ 的区域将被去除。

通过生成狭缝宽度为 35.83 pixel、长度 845.45 pixel,麻点为 2 pixel 进行测试,如图 7 所示,通过根据具体检测环境或检测对象调整噪声面积阈值 A_{\max} ,可以很好的去除潜在的噪声或镜片表面缺陷带来的干扰点,只保留镜片精密区域检测到的亚像素点云,提升了后续算法对精密镜片的几何尺寸的检测拟合精度。

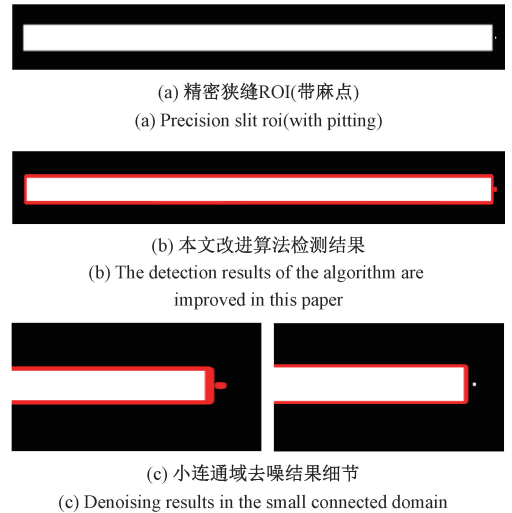


图 7 小连通域去噪

Fig. 7 Denoising in the small connected domain

4 最小二乘法圆拟合

对去噪后的精密针孔边缘亚像素点集 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$,采用最小二乘法进行圆拟合^[16],计算其半径 r 与直径 d 。具体步骤如下:

1) 将圆的隐式方程展开并整理成线性形式:

$$x^2 + y^2 = 2ax + 2by + c \quad (22)$$

其中, $c = r^2 - a^2 - b^2$ 。

2) 对于 N 个边缘点,构造超定方程组:

$$\begin{bmatrix} 2x_1 & 2y_1 & 1 \\ 2x_2 & 2y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_N & 2y_N & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 \\ \vdots \\ x_N^2 + y_N^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

3) 最小二次求解: 通过矩阵伪逆法求解参数。

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad (24)$$

计算得到圆半径和直径参数:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c}, d = 2r \quad (25)$$

5 基于边缘分类的均值法矩形拟合

由于精密狭缝本身面积较大(长度较长,一般为 845 pixel),相比于精密针孔(直径一般为 2~70 pixel),经双三次插值后其边缘检测到的亚像素边缘点数量远远超过精密针孔边缘亚像素点数量,采用最小二乘法拟合矩形时计算效率大幅下降^[17]。

为了平衡计算效率与精度,本研究提出了一种基于边缘分类的均值矩形拟合方法,算法通过方向-空间联合分类机制,筛选出上下左右的边缘点,并对分类好的边缘点采用均值法进行计算拟合得到精密狭缝的长度和宽度,减少了矩形狭缝的 4 个顶点处的亚像素点对计算的影响,在保证精度的同时显著的提升了计算效率。

传统矩形拟合方法(如 Hough 变换或全局最小二乘法)需遍历所有边缘点,计算复杂度为 $O(N^2)$,且对于密集亚像素点云的处理效率极低,此外,狭缝顶点处亚像素点的分布易受噪声干扰,导致拟合结果产生偏移。本研究通过引入方向自适应边缘容差,并通过坐标聚类进行空间分布约束筛选有效的边缘点,而后将筛选后的边缘点划分为左、右、上、下 4 类,以此排除顶点干扰。

如图 8 所示,从仿真测试结果中可以看出,通过方向-空间联合约束的分类方法动态调整有效区域,很好地消除了伪影的干扰,解决了传统 Hough 变换在密集边缘中的误匹配问题,分类准确率达 99.5%。

对分类好的亚像素边缘点采用均值法计算其长度 L 和宽度 W :

$$\text{长度: } L = \text{mean}(\text{right}) - \text{mean}(\text{left}) \quad (26)$$

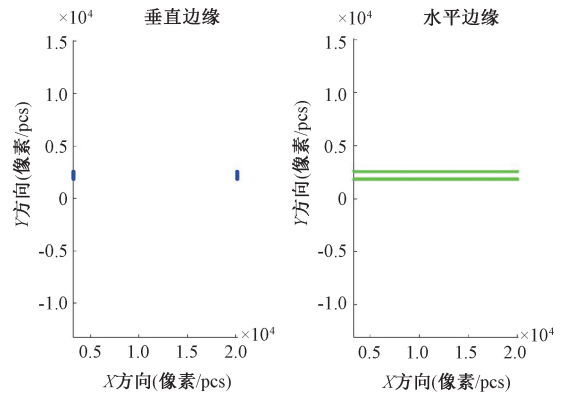
$$\text{宽度: } W = \text{mean}(\text{top}) - \text{mean}(\text{bottom}) \quad (27)$$

6 实验结果及分析

6.1 仿真测试

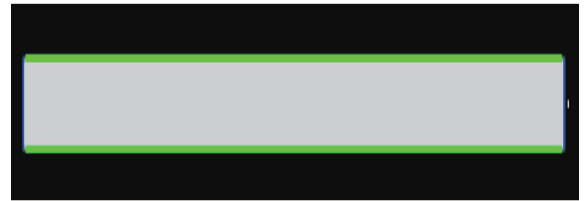
本研究实验平台: Windows10、MATLAB 2023b、处理器为 13th Gen Intel(R) Core(TM) i7-13620H、16 G 内存。

为满足实际工厂生产检测需求与实际检测条件结合,研究对精密狭缝宽度和针孔直径长度为(30、40、50、70、100、200、350、550、800 和 1 000 μm)的镜片进行仿真测试,



(a) 边缘分类点单独显示

(a) Edge classification points are displayed separately



(b) 经约束分类后的亚像素点

(b) Subpixels after constrained classification



(c) 约束分类后的亚像素点细节显示

(c) Constrained sub-pixel detail display after classification

图 8 改进的亚像素点分类方法

Fig. 8 Improved subpixel classification method

根据本文实验条件下像素当量为 14.2 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ (对应像素值 2.11、2.82、3.52、4.93、7.04、14.08、24.65、38.73、56.34 和 70.42 pixel),狭缝长度为 9 mm(633.80 pixel)、镜片直径 18 mm(像素值 1 270 pixel),图像尺寸 2 000 pixel 等。部分仿真测试图如图 9 所示。

6.2 检测精度分析

目前工业制造中对合格的光学狭缝与针孔镜片(狭缝宽度 d 和针孔直径 w)的误差范围规定为: $30 \mu\text{m} \leq d, w \leq 50 \mu\text{m}$ 时, $e = \pm 3 \mu\text{m}$; $50 \mu\text{m} \leq d, w \leq 1 000 \mu\text{m}$ 时, $e = \pm 5 \mu\text{m}$ 。

根据本文实验条件下像素当量为 14.2 $\mu\text{m}/\text{pixel}$,检测误差大于 0.21 pixel 即为不合格。

1) 精密针孔检测性能分析

精密针孔因其圆形特征,边缘灰度分布呈连续渐变,与狭缝的阶跃边缘特性不同。实验表明,针孔直径是否为整数像素对检测精度影响较小(误差波动 ≤ 0.02 pixel),其误差主要来源于非对称模糊参数估计(表 2)及噪声干扰。

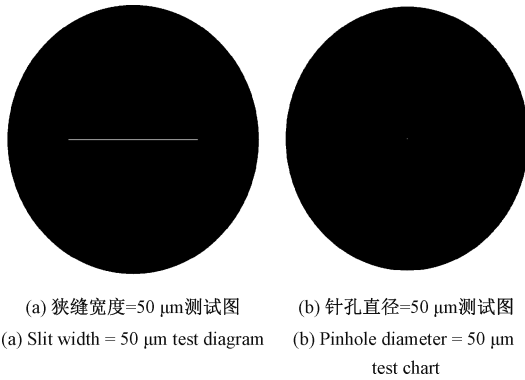


图 9 部分仿真测试图

Fig. 9 Part of the simulation test chart

如表 3 所示,传统 Zernike 矩算法对小尺寸针孔(直径 2.11 ~ 3.52 pixel)的检测误差范围在 0.552 ~ 0.672 5 pixel,显著超出工业标准(≤ 0.21 pixel)。相比之下,本文改进算法将误差严格控制在 0.113 6 pixel 以内(如 3.52 pixel 针孔误差仅 0.113 6 pixel),降幅达 79.4%,且所有测试尺寸(2.11 ~ 70.42 pixel)的误差均满足工业阈值。实验表明,非对称高斯模型修正有效抑制了光学模糊与噪声干扰,尤其在小尺寸精密针孔(直径 ≤ 7.04 pixel)检测中精度提升显著(误差 ≤ 0.05 pixel)。

表 3 精密针孔测量结果

Table 3 Precision pinhole measurement results

精密针孔尺寸 直径/pixel	传统 Zernike 矩检测	本文算法检测
	检测误差 /pixel	检测误差 /pixel
2.11	0.672 5	0.011 9
2.82	0.663 1	0.098 4
3.52	0.552 0	0.113 6
4.93	0.473 6	0.087 3
7.04	0.425 3	0.002 0
14.08	0.395 3	0.050 1
24.65	0.386 6	0.061 8
38.73	0.379 2	0.066 0
56.34	0.325 0	0.017 9
70.42	0.322 1	0.023 1

2)精密狭缝检测性能分析

如表 4、5 所示,在复杂模型(含噪声、非对称模糊)与理想模型(无噪声、对称边缘)下,传统 Zernike 算法对狭缝宽度(2.11 ~ 70.42 pixel)的检测误差均超出标准限值(0.21 pixel),最大误差达 0.862 2 pixel。本文算法通过插值-Zernike 协同架构,将误差降低至 0.098 7 pixel 以下,降幅超过 88.6%,且在两种模型下表现稳定,误差波动 ≤ 0.02 pixel。

表 4 精密狭缝测量结果

Table 4 Precision pinhole measurement result

精密狭缝尺寸		传统 Zernike 矩检测		插值-Zernike 协同算法检测	
长度/pixel	宽度/pixel	长度误差 /pixel	宽度误差 /pixel	长度误差 /pixel	宽度误差 /pixel
633.8	2.11	0.623 5	0.862 2	0.062 4	0.006 8
633.8	2.82	0.610 2	0.812 1	0.037 0	0.008 7
633.8	3.52	0.556 1	0.762 0	0.005 5	0.018 1
633.8	4.93	0.458 1	0.742 5	0.036 5	0.004 0
633.8	7.04	0.425 3	0.539 0	0.013 0	0.027 1
633.8	14.08	0.427 3	0.368 2	0.081 9	0.011 6
633.8	24.65	0.402 5	0.331 8	0.076 5	0.097 6
633.8	38.73	0.388 0	0.335 0	0.076 0	0.096 7
633.8	56.34	0.394 6	0.332 1	0.094 3	0.098 1
633.8	70.42	0.356 5	0.312 0	0.098 4	0.098 7

纳米级精度验证:当狭缝宽度 ≥ 4 pixel 且阶跃边缘与像素对齐时(理想模型,狭缝宽度为整数),算法检测误差趋近于系统标定极限(14.2 $\mu\text{m}/\text{pixel}$),如 4 pixel 宽度误差仅 0.000 2 pixel(对应 2.84 nm),实现纳米级分辨率(表 5),突破了传统图像处理方法的微米级瓶颈。

6.3 实验测试

为了全面评估本文算法在不同尺寸范围内的性能表

现,确保算法在实际应用中能够适应各种尺寸的精密光学元件检测需求,本研究分别选用了狭缝宽度和针孔直径为 40、100 和 550 μm 的精密狭缝与针孔标准镜片进行实际测量,尺寸涵盖了从小型到中型再到大型的精密光学元件的典型尺寸范围,部分实际实验镜片如图 1 所示。

如表 6 所示,传统 Zernike 矩算法在实际测量中的误差明显高于仿真结果(例如,550 μm 针孔的误差从仿真时

表 5 理想狭缝模型下检测结果

Table 5 Detection results under the ideal slit model

精密狭缝尺寸		传统 Zernike 矩检测		插值-Zernike 协同架构算法检测	
长度/pixel	宽度/pixel	长度误差 / /pixel	宽度误差 / /pixel	长度误差 / /pixel	宽度误差 / /pixel
633	2	0.457 3	0.551 8	0.074 1	0.007 5
633	3	0.442 9	0.536 0	0.026 7	0.001 3
633	4	0.445 2	0.491 7	0.004 9	0.001 7
633	5	0.421 1	0.469 3	0.002 3	0.000 2
633	7	0.410 2	0.451 0	0.003 5	0.000 2
633	14	0.365 5	0.381 7	0.004 3	0.002 5
633	25	0.356 1	0.321 9	0.002 9	0.000 2
633	39	0.349 4	0.317 3	0.001 8	0.000 2
633	56	0.321 5	0.310 7	0.000 9	0.002 5
633	70	0.307 4	0.299 4	0.000 7	0.002 5

表 6 实验检测结果

Table 6 Experimental test results

精密狭缝、针孔尺寸			传统 Zernike 矩检测			插值-Zernike 协同架构算法检测		
狭缝长度/ pixel	狭缝宽度/ pixel	针孔直径/ pixel	长度误差 / / pixel	宽度误差 / / pixel	直径误差 / / pixel	长度误差 / / pixel	宽度误差 / / pixel	直径误差 / / pixel
9 000	40	40	9.332 6	12.571 2	9.700 2	0.639 0	0.006 8	1.295 4
9 000	100	100	6.455 2	8.858 4	6.323 2	0.268 3	0.008 7	0.505 8
9 000	550	550	5.665 8	5.045 2	5.469 8	1.168 6	0.018 1	1.641 5

的 $3.72 \mu\text{m}$ 增加到实际的 $5.47 \mu\text{m}$),这主要是由于实际光照不均匀以及镜片表面麻点的干扰所致。尽管其误差随着尺寸的增大而呈下降趋势(40 、 100 和 $550 \mu\text{m}$ 针孔的误差分别为 12.57 、 8.86 和 $5.47 \mu\text{m}$),但仍未达到工业合格标准($\leq 3 \mu\text{m}$)。

相比之下,本研究提出的改进算法通过动态阈值和小连通域去噪,将实测最大误差严格控制在 $1.64 \mu\text{m}$ ($550 \mu\text{m}$ 针孔),相比传统方法降低了 83.1% ,并且所有测试尺寸的误差均满足工业要求。其中, $4 \mu\text{m}$ 小尺寸目标的精度提升最为显著(误差为 $0.71 \mu\text{m}$,降幅达 94.4%)。

进一步分析表明,实测误差的变化(例如, $550 \mu\text{m}$ 针孔的误差从 0.12 pixel 增加到 0.23 pixel)主要源于光源不均匀性导致的 ROI 提取偏差以及表面缺陷的干扰。未来考虑通过引入自适应光源补偿和缺陷掩模算法来进一步优化。实验表明,本研究提出的算法在复杂环境中仍能保持亚微米级精度,为工业检测提供了可靠的解决方案。

7 结 论

为满足精密光学狭缝与针孔镜片的高精度检测需求,本研究开发了一种基于插值-Zernike 协同架构的亚像素测量方案。该方案利用双三次插值提升边缘分辨率,并融合改进的 Zernike 矩算法及非对称高斯边缘模型,有效克服了传统方法在离散采样误差、非对称模糊建模和噪声干扰

方面的局限。实验结果显示,该方案在仿真和实际检测中均表现出色;仿真测试中狭缝宽度检测的最大误差仅为 0.0987 pixel,针孔直径的检测误差低于 0.1136 pixel,对应本文实验环境下最大误差分别为 1.4015 和 $1.6131 \mu\text{m}$,相较于传统 Zernike 矩算法,精度提升了 60% 以上,并且在非对称成像模糊等复杂条件下仍能保持稳健性。值得一提的是,当阶跃边缘与像素对齐时,该算法能够实现纳米级的检测精度(例如, 4 pixel 宽度的误差仅为 0.0002 pixel,相当于 2.84 nm),成功突破了传统图像处理技术的微米级精度瓶颈。

本研究为光学元件的非接触式精密检测提供了一种高效的解决方案,其亚微米级的检测精度(最大误差为 $1.61 \mu\text{m}$)完全能够满足工业检测中 $3 \mu\text{m}$ 以内的严格要求,并且其精度理论上会随着相机分辨率的提高而线性提升。未来的研究将着重于将自适应光源补偿和缺陷掩模算法整合到当前方法中,以进一步增强在复杂工业环境下的抗干扰能力,并探索该方法在更多微纳光学元件检测中的广泛应用潜力。

参考文献

- [1] 刘智慧,张承瑞,李瑞珍.基于机器视觉的光学镜片测量方法[J].电子测量技术,2022,45(1):129-133.
LIU ZH H, ZHANG CH R, LI R ZH. Measuring method of optical lens size based on machine vision[J].

- Electronic Measurement Technology, 2022, 45(1): 129-133.
- [2] 包启龙, 景会成, 张靖轩, 等. 一种改进 Canny 算子的图像边缘检测方法[J]. 现代电子技术, 2024, 47(23): 36-42.
BAO Q L, JING H CH, ZHANG J X, et al. Image edge detection method based on improved Canny operator[J]. Modern Electronics Technique, 2024, 47(23): 36-42.
- [3] 童胜杰, 江明, 焦传佳. 一种改进工件边缘检测方法的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(1): 128-134.
TONG SH J, JIANG M, JIAO CH J. Research on an improved edge detection method of workpiece [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(1): 128-134.
- [4] 曾猛杰, 汪晨曦, 赖俊杰, 等. 亚像素边缘检测算法综述[J]. 光学精密工程, 2024, 32(23): 3513-3524.
ZENG M J, WANG CH X, LAI J J, et al. Review of sub-pixel edge detection algorithms [J]. Optics and Precision Engineering, 2024, 32(23): 3513-3524.
- [5] 唐寒冰, 巢渊, 刘文汇, 等. 基于机器视觉的大尺寸零件测量方法研究综述[J]. 电子测量技术, 2021, 44(17): 33-40.
TANG H B, CHAO Y, LIU W H, et al. Review of measurement methods of large-size parts based on machine vision [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(17): 33-40.
- [6] 孙艳春. 基于 Zernike 矩图像识别深化研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2018.
SUN Y CH. Further research on character recognition based on Zernike moment image [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2018.
- [7] RONNEBERGER O, FISCHER P, BROX T. U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation[C]. International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention. Cham: Springer International Publishing, 2015: 234-241.
- [8] QIAN H, YUE J, CHEN M, et al. Subpixel-level edge feature matching for SAR and optical images based on zernike moments[C]. IGARSS 2020-2020 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. IEEE, 2020: 2723-2726.
- [9] ZHANG X, CAI Y, HUANG Q, et al. Sub-pixel edge detection algorithm based on improved zernike moments[C]. 2024 6th International Conference on Communications, Information System and Computer Engineering(CISCE). IEEE, 2024: 1087-1091.
- [10] 刘利平, 孙建, 孙文悦. 改进 Zernike 矩的亚像素圆孔类零件测量方法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(4): 69-77.
LIU L P, SUN J, SUN W Y. Measurement method of subpixel circular hole parts based on improved zernike moment [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(4): 69-77.
- [11] 张陈, 单文桃, 徐成. 基于改进 LoG-Zernike 矩的亚像素磁瓦边缘检测方法[J]. 电子测量技术, 2025, 48(16): 172-179.
ZHANG CH, SHAN W T, XU CH. Sub-pixel magnetic tile edge detection method based on improved LoG-Zernike moment [J]. Electronic Measurement Technology, 2025, 48(16): 172-179.
- [12] 贺强旅, 朱艳春, 李子良, 等. 基于双三次插值和高斯拟合的光条中心亚像素提取方法[J]. 激光杂志, 2024, 45(6): 100-105.
HE Q L, ZHU Y CH, LI Z L, et al. An extraction method for the subpixel center line of line structure light strip[J]. Laser Journal, 2024, 45(6): 100-105.
- [13] 敬明洋, 赵延明, 王亮, 等. 基于改进 Zernike 矩的海洋绞车排缆间隙亚像素检测方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(11): 225-235.
JING M Y, ZHAO Y M, WANG L, et al. Sub-pixel measurement method for marine winch cable arrangement clearance based on improved Zernike moment[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(11): 225-235.
- [14] 董一, 王桂荣, 洪亮. 基于改进梯度法的数字图像相关亚像素位移求解算法[J]. 现代电子技术, 2022, 45(17): 29-34.
DONG Y, WANG G R, HONG L. Digital image correlation sub-pixel displacement solving algorithm based on improved gradient method [J]. Modern Electronics Technique, 2022, 45(17): 29-34.
- [15] 易忠. 铣刀表面缺陷检测系统研究与设计[D]. 贵阳: 贵州大学, 2024.
YI ZH. Research and design of surface defect detection system of milling cutter [D]. Guiyang: Guizhou University, 2024.
- [16] 徐永亮, 谢小辉. 基于多级优化的圆拟合算法[J]. 电子科技, 2023, 36(10): 87-94.
XU Y L, XIE X H. Circle fitting algorithm based on multi-level optimization [J]. Electronic Science and Technology, 2023, 36(10): 87-94.
- [17] 李彦清, 唐琪, 张悦, 等. 基于显微机器视觉的大尺寸钢球直径精密分组方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2025, 55(11): 3554-3563.
LI Y Q, TANG Q, ZHANG Y, et al. Precise grouping method of large size steel ball diameter based on microscopic machine vision [J]. Journal of Jilin University (Engineering Science), 2025, 55(11): 3554-3563.

作者简介

易勇, 硕士, 主要研究方向为嵌入式系统、图像处理等。

E-mail: 1848982450@qq.com

王代强(通信作者), 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为光电转换及光电信息处理、电磁场与微波技术等。

E-mail: wang_dai_qiang@163.com

易忠, 硕士, 主要研究方向为嵌入式系统、缺陷检测等。

E-mail: 2271887278@qq.com